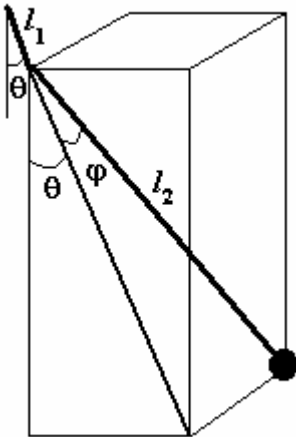


Dibuixos a la sorra

El pèndol

Si us mireu atentament la construcció del pèndol podeu observar que la seva part superior oscil·la només en un pla perpendicular al pla determinat per les dues barres verticals. En canvi, la part més llarga es pot moure en totes direccions. Suposarem que tota la massa està concentrada en l'esfera inferior i que la resta de parts la seva massa és despreciable.



El moviment del pèndol queda perfectament determinat per les longituds dels dos trams, l_1 i l_2 , i per tres angles, el de l'oscil·lació de la part superior, θ , i dos angles més per determinar la posició del tram inferior, el mateix θ i ϕ (vegeu el dibuix). Hi ha dos angles iguals degut a la pròpia estructura del pèndol. Cal remarcar que, tal com està construït aquest pèndol, el tram superior és molt més curt que el tram inferior.

Les equacions diferencials que defineixen el seu moviment són les següents:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l_1} \sin \theta = 0$$

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{l_2} (\sin \theta \cos \theta + \cos \theta) = 0$$

Si considerem oscil·lacions petites podem fer les típiques aproximacions i ens queden les equacions:

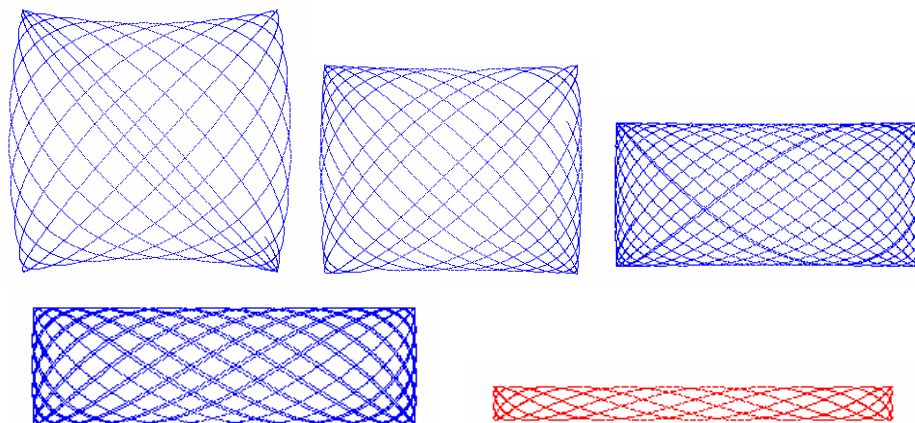
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l_1} \theta = 0$$

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{l_2} \phi = 0$$

que són les de dos moviments harmònics independents i de freqüències $(g/l_1)^{1/2}$ i $(g/l_2)^{1/2}$ respectivament.

Dibuixos per a diverses relacions de longituds

A continuació teniu diverses simulacions dels dibuixos obtinguts per relacions de l_1 i l_2 diferents. l_1 molt petit respecte l_2 , l_1 més petit que l_2 , l_1 i l_2 pràcticament iguals, l_1 més gran que l_2 i l_1 molt més gran que l_2 .



Composició de dos moviments harmònics perpendiculars

Es conegut des de fa molt temps que la composició de dos moviments harmònics dóna unes corbes concretes. Si els dos moviments tenen la mateixa freqüència, aleshores el resultat són el·lipses més o menys excèntriques segons l'amplitud i la diferència entre les fases de cada component. Si les freqüències són molt iguals, és el cas del model, el resultat és tota la col·lecció d'el·lipses que es van obrint i tancant. Finalment, si les freqüències són molt diferents apareixen les conegudes corbes de Lissajous.